التمرين 1:

لكل عدد طبيعي n ، تحقق من أن العدد $16^n - 3^n$ يقبل القسمة على 13.

التمرين 2:

بين أن $(\forall n \in N)$: $\sqrt{\frac{n+15}{n+1}} \in Q \Leftrightarrow n = 17$.

التمرين 3:

نعتبر الحدودية $P(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a و b و c أعداد حقيقية. بين أنه:

اذا كان $(a \neq 0$ أو $b \neq 0)$ فان $(\forall n \in N)(\exists x \in R) \ / \ |P(x)| > n$

التمرين 4:

نعتبر E إحدى المجموعات.

لكل جزئين A و B من E ، نعرف الفرق التماثلي بينهما ب: $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

1. حدد $A \Delta B$ في المثال الموالي:

$E = \{n \in N / 99 < n < 121\}$ و A مجموعة الأعداد الزوجية التي تنتمي إلى E و B المضاعفات للعدد 3 و التي تنتمي إلى E .

2. لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E.

2.1. بين أن:

2.1.1. $A \Delta B = C_{A \cup B}^{A \cap B}$

2.1.2. $A \Delta B = B \Delta A$

2.1.3. $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$

2.1.4. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

2.1.5. $A \cup (B \Delta C) = (A \cup B) \Delta (A \cup C)$.

2.2. حدد الأجزاء التالية من المجموعة E :

2.2.1. $A \Delta \phi$

2.2.2. $A \Delta E$

2.2.3. $A \Delta A$

2.2.4. $A \Delta \overline{A}$ حيث $\overline{A}$ هي المتممة ل A في E.

2.3. حل في $\mathcal{P}(E)$ ، المعادلة $A \Delta X = B$.

2.4. نعتبر التطبيق f :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{P}(E) & \xrightarrow{f} & \mathcal{P}(E) \\ X & \longmapsto & f(X) = A \Delta X \end{array}$$

2.4.1. بين أن f تطبيق تقابلي.

2.4.2. حدد fof ثم استنتج f^{-1} التطبيق العكسي ل f .

التمرين 5:

نعتبر $H = \{(x, y) \in R^2 / x^2 - y^2 - 2x + 4y = 0\}$.

1. حدد قيمتي حقيقة العبارتين المكممتين التاليتين:

1.1. $(\forall x \in R)(\exists y \in R) / (x,y) \in H$

1.2. $(\forall y \in R)(\exists x \in R) / (x,y) \in H$

2. نعتبر التطبيق Ψ :

$$\begin{array}{ccc} H & \xrightarrow{\Psi} & R^2 \\ (x,y) & \longmapsto & \Psi((x,y)) = (x + y - 3, x - y + 1) \end{array}$$

2.1. بين أن Ψ تطبيق تباييني.

2.2. هل Ψ تطبيق شمولي؟

2.3. حدد المجموعة $\Psi(H)$.

بالتوفيق إن شاء الله...